Pruebas de Acceso a Estudios Universitarios.

Bachillerato L. O. G. S. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual (2'5 puntos). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Calcula los siguientes límites:

$$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{x^3-8x^2+7x}{x^2-x} \qquad b)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x}{\pi}+\cos(x)\right)^{\frac{1}{\cos(x)}}$$

B. Definición de punto de inflexión de una función. Calcula el valor de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = (x^2 - a)e^x + bx$ tenga un punto de inflexión en $x = 0$ y un mínimo relativo en $x = 1$.

SEGUNDO BLOQUE

A. Calcula la integral $\displaystyle\int \frac{2x^3-9x^2+9x+6}{x^2-5x+6}\,dx$

B. Calcula la integral definida $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \operatorname{sen}(x)\,dx$

TERCER BLOQUE

A. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Encuentra la expresión general de la potencia $n-$ésima de A. En otras palabras, calcula la expresión de A^n donde n es un número natural cualquiera.

b) Razona que la matriz A^n tiene inversa para cualquier $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, y calcula dicha matriz inversa.

B. Encuentra, si es posible, un valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ de modo que el sistema $\left\{\begin{array}{lcl} x+y-z & = & 1 \\ x-y+2z & = & 2 \\ 2x \quad +z & = & a \end{array}\right.$

a) sea compatible determinado

b) sea compatible indeterminado

c) sea incompatible.

CUARTO BLOQUE

A. Dados los vectores $\vec{u}(a,b,1)$, $\vec{v}(-3,4,1)$ y $\vec{w}(1,2,c)$, determina el valor de los parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$ de manera que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean perpendiculares y además $\vec{u} \times \vec{w} = \vec{v}$, donde $\times$ denota el producto vectorial. ¿Qué ángulo forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en dicho caso?

B. Dados los puntos $A(1,1,1)$, $B(1+\lambda, 2, 1-\lambda)$ y $C(1+\lambda, 1+\lambda, 2+\lambda)$, donde $\lambda \in \mathbb{R}$:

a) Prueba que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ forman un ángulo de 90º, independientemente del valor de λ.

b) Determina los valores de λ para que la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo de vértices A, B y C sea igual a 3.